

Nara Women's University

2 確率空間の例

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 奈良女子大学 理学部 富崎松代, 森藤由美 公開日: 2012-03-13 キーワード (Ja): 確率空間 キーワード (En): 作成者: 富崎, 松代, 森藤, 由美 メールアドレス: 所属:
URL	http://hdl.handle.net/10935/2923

§2 確率空間の例

以下の各例において (Ω, \mathcal{F}, P) は確率空間である。但し、例 2.1～例 2.4 においては、

$$\begin{aligned}\mathcal{F} &= \{E : E \subset \Omega\}, \\ P(E) &= \sum_{k \in E} P(\{k\}), \quad E \in \mathcal{F},\end{aligned}$$

とする。何故「〇〇分布」という名前と呼ぶかという理由は、次節以降で説明する。

例 2.1 (ベルヌーイ分布) $\Omega = \{0, 1\}$ とし、

$$P(\{0\}) = p, \quad P(\{1\}) = q,$$

とおく。但し $0 \leq p \leq 1$, $p + q = 1$, を満たすものとする。

例 2.2 (2項分布 $B(n, p)$) $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ とし、

$$P(\{k\}) = {}_n C_k p^k q^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n,$$

とおく。但し $0 \leq p \leq 1$, $p + q = 1$, を満たすものとする。

例 2.3 (幾何分布 $G(p)$) $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ とし、

$$P(\{k\}) = pq^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n, \dots,$$

とおく。但し $0 \leq p \leq 1$, $p + q = 1$, を満たすものとする。

例 2.4 (ポアソン分布 $P(\lambda)$) $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ とし、

$$P(\{k\}) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n, \dots,$$

とおく。但し $\lambda > 0$ を満たすものとする。

例 2.5 (一様分布 $U([a, b])$) $-\infty < a < b < \infty$ とし、 $\Omega = [a, b]$, $\mathcal{F} = \{E \subset \Omega : E \in \mathbf{B}_1\}$,

$$P(E) = \int_E \frac{1}{b-a} dx, \quad E \in \mathcal{F},$$

とおく。

例 2.6 (指数分布 $\text{Exp}(\lambda)$) $\Omega = (0, \infty)$, $\mathcal{F} = \{E \subset \Omega : E \in \mathbf{B}_1\}$,

$$P(E) = \int_E \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda} dx, \quad E \in \mathcal{F},$$

とおく。但し $\lambda > 0$ を満たすものとする。

例 2.7 (正規分布 $N(\mu, \sigma)$) $\Omega = \mathbb{R}^1, \mathcal{F} = \mathbf{B}_1,$

$$P(E) = \int_E \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx, \quad E \in \mathcal{F},$$

とおく. 但し $\sigma > 0, \mu \in \mathbb{R}$, を満たすものとする.

例 2.8 (n 次元正規分布 $N(\mathbf{m}, \mathbf{v})$) $\Omega = \mathbb{R}^n, \mathcal{F} = \mathbf{B}_n,$

$$P(E) = \int_E (2\pi)^{-n/2} (\det q)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n (x_i - m_i) q_{ij} (x_j - m_j) \right\} dx_1 dx_2 \cdots dx_n, \quad E \in \mathcal{F},$$

とおく. 但し $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_n) \in \mathbb{R}^n$, \mathbf{v} は $n \times n$ 対称な狭義正定符号行列であり, $\mathbf{q} = (q_{ij}) = \mathbf{v}^{-1}$ を満たすものとする.

例 2.9 (コーシー分布) $\Omega = \mathbb{R}^1, \mathcal{F} = \mathbf{B}_1,$

$$P(E) = \int_E \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2} dx, \quad E \in \mathcal{F},$$

とおく.