

# Nara Women's University

## 2 確率空間の例

メタデータ	言語: Japanese 出版者: 奈良女子大学 理学部 富崎松代, 森藤由美 公開日: 2012-03-13 キーワード (Ja): 確率空間 キーワード (En): 作成者: 富崎, 松代, 森藤, 由美 メールアドレス: 所属:
URL	<a href="http://hdl.handle.net/10935/2923">http://hdl.handle.net/10935/2923</a>

## §2 確率空間の例

以下の各例において  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$  は確率空間である. 但し, 例 2.1~例 2.4 においては,

$$\begin{aligned}\mathcal{F} &= \{E : E \subset \Omega\}, \\ P(E) &= \sum_{k \in E} P(\{k\}), \quad E \in \mathcal{F},\end{aligned}$$

とする. 何故「〇〇分布」という名前と呼ぶかという理由は, 次節以降で説明する.

**例 2.1** (ベルヌーイ分布)  $\Omega = \{0, 1\}$  とし,

$$P(\{0\}) = p, \quad P(\{1\}) = q,$$

とおく. 但し  $0 \leq p \leq 1$ ,  $p + q = 1$ , を満たすものとする.

**例 2.2** (2項分布  $B(n, p)$ )  $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, n\}$  とし,

$$P(\{k\}) = {}_n C_k p^k q^{n-k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n,$$

とおく. 但し  $0 \leq p \leq 1$ ,  $p + q = 1$ , を満たすものとする.

**例 2.3** (幾何分布  $G(p)$ )  $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$  とし,

$$P(\{k\}) = pq^k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n, \dots,$$

とおく. 但し  $0 \leq p \leq 1$ ,  $p + q = 1$ , を満たすものとする.

**例 2.4** (ポアソン分布  $P(\lambda)$ )  $\Omega = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$  とし,

$$P(\{k\}) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, n, \dots,$$

とおく. 但し  $\lambda > 0$  を満たすものとする.

**例 2.5** (一様分布  $U([a, b])$ )  $-\infty < a < b < \infty$  とし,  $\Omega = [a, b]$ ,  $\mathcal{F} = \{E \subset \Omega : E \in \mathbf{B}_1\}$ ,

$$P(E) = \int_E \frac{1}{b-a} dx, \quad E \in \mathcal{F},$$

とおく.

**例 2.6** (指数分布  $\text{Exp}(\lambda)$ )  $\Omega = (0, \infty)$ ,  $\mathcal{F} = \{E \subset \Omega : E \in \mathbf{B}_1\}$ ,

$$P(E) = \int_E \frac{1}{\lambda} e^{-x/\lambda} dx, \quad E \in \mathcal{F},$$

とおく. 但し  $\lambda > 0$  を満たすものとする.

**例 2.7** (正規分布  $N(\mu, \sigma)$ )  $\Omega = \mathbb{R}^1, \mathcal{F} = \mathbf{B}_1,$

$$P(E) = \int_E \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx, \quad E \in \mathcal{F},$$

とおく. 但し  $\sigma > 0, \mu \in \mathbb{R}$ , を満たすものとする.

**例 2.8** ( $n$ 次元正規分布  $N(\mathbf{m}, \mathbf{v})$ )  $\Omega = \mathbb{R}^n, \mathcal{F} = \mathbf{B}_n,$

$$P(E) = \int_E (2\pi)^{-n/2} (\det q)^{1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n (x_i - m_i) q_{ij} (x_j - m_j) \right\} dx_1 dx_2 \cdots dx_n, \quad E \in \mathcal{F},$$

とおく. 但し  $\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots, m_n) \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{v}$  は  $n \times n$  対称な狭義正定符号行列であり,  $\mathbf{q} = (q_{ij}) = \mathbf{v}^{-1}$  を満たすものとする.

**例 2.9** (コーシー分布)  $\Omega = \mathbb{R}^1, \mathcal{F} = \mathbf{B}_1,$

$$P(E) = \int_E \frac{1}{\pi} \frac{1}{1+x^2} dx, \quad E \in \mathcal{F},$$

とおく.