

氏名(本籍)	森村 則子 (大阪府)
学位の種類	博士(理学)
学位記番号	博課第300号
学位授与年月日	平成18年3月24日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当 人間文化研究科
論文題目	n -ストリングタングルの基底分解
論文審査委員	(委員長) 教授 落合 豊行 教授 加古 富志雄 教授 森井 藤樹

論文内容の要旨

本論文では第一章で結び目理論の関連する概念の定義を与え、第2章で2-ストリングタングルの基底分解を説明し、3-ストリングタングルまでの自然な拡張について論じている。特に、結び目の3-ストリングタングル分解を基底分解したときに現れる2つの基底タングルすべての組み合わせについてのデータベースを作成している。

これらは将来3-ストリングタングルの3-並行化不変量計算のための9-ストリングタングル計算のためのデータベース作成に有用である。

第3章では一般の n -タングルの基底分解について議論を展開している。従来の2-ストリングタングルの基底分解に関する概念がプログラム上の理由から適用不可能であることから、有向順序付タングルという概念を新たに導入し、これに対して基底タングルを新たに考案し、結び目のスケイン関係式によるHOMFLY多項式をこの概念により求めることが可能であることを示している。この計算方式によりミュータントな異なる結び目を判別する多項式不変量として有用な3-並行化不変量が計算できることにも言及している。

第4章では交点数が極めて多い結び目のHOMFLY多項式を計算するための方法として、タングルの細分という概念を新たに考案しそれを用いた計算方法を提案している。

第5章では本論文で導入した有向順序付タングル、タングルの細分という概念の有用性を実証するために、樹下一寺阪結び目とコンウェー結び目、それらの2-並行化絡み目不変量の一致すること、非自明な正則表示の自明な絡み目の自明性の計算、15交点をもつ結び目の3-並行化不変量の計算結

果等について論じている。特に、15交点の結び目の3-並行化絡み目は135交点をもつが、それらの3-並行化不変量を2時間強で求めることができることを実証したことは極めて大きな成果である。従来100交点以上の結び目のHOMFLY多項式を求めることは、K2K、兎玉KNOT、KnotScape等現在Webで公開されている如何なるコンピュータソフトウェアでも不可能であった。

本論文で新たに考案された有向順序付タングルとタングルの細分という概念は、数学的にも非常に興味ある概念でこれから大いに発展が期待される。また、本論文と共に開発されたこれに関連するコンピュータソフトウェアは、2005年1月に公開を開始し、2006年1月にはWindows、Linux、Mac OSX上で動作するnタングルの基底タングル分解ソフトウェアの最新版をWeb上 (<http://amadeus.ics.nara-wu.ac.jp/~ochiai/freesoft.html>) で公開をしている。

論文審査の結果の要旨

結び目理論の主要な問題は異なる結び目を如何に判別するかにある。このための方法として結び目の多項式不変量がある。結び目の不変量は結び目の正則図にスケイン関係式を適用して多項式不変量を求める。この方法で求めると結び目の交点数に関して計算量が指数関数的に増大することが知られている。このため結び目の多項式不変量を求めるために多くの数学的概念が考案されている。例えば、結び目のブレイド表示からヘッケ環の線型表現を利用して計算する方法がある。しかし、交点数が多くなるとブレイド指数が高くなり、ヘッケ環の線型表現の行列サイズも巨大になるので事実上計算することが不可能となる。

本論文では、結び目のタングル分解に着目し、一般的な n -タングルを再定義し、新たな基底タングルの概念を発見した。その定義のもとで交点数の極めて多い結び目の HOMFLY 多項式の高速な計算方法を考案した。これによりこれまで計算することが出来なかった交点数の多い結び目の HOMFLY 多項式を短時間で計算できることを実証したことは高く評価できる。

従来の 2-ストリングタングルの基底タングルに関する拡張概念をコンピュータプログラムに実現することが困難であるため、計算が可能な新たな一般形式を再定義することが必要不可欠であった。この論文で考案された有向順序付タングルを用いることにより、スケイン分解に伴うライデマイスター変形を行うことなく基底タングルを得ることが可能となった。しかし、それとの関連で $2n$ 個の長さの順序づけられた数列のみから図形としての基底タングルを再構成することが必要となるが、 r 重交点を $r(r-1)/2$ 個の 2 重交点に写像する方法により巧妙に実現した。さらに、 n -タングルの細分という概念を新たに考案することによりスケイン関係式による HOMFLY 多項式の計算が交点数ではなくストリング数に依存する計算量で計算できることを示したことは高く評価できる。

本論文で新たに考案された有向順序付タングルとタングルの細分なる概念は、コンピュータプログラムを作成する試行錯誤のなかで考案された極めて数学的に有用な概念であり、これからの発展が大いに期待できる。

本論文により実現された極めて有用な成果を勘案して、申請者を博士の学位を授与するには値するものと審査委員会は判断する。